



부천대학교  
BUCHEON UNIVERSITY



# 도형



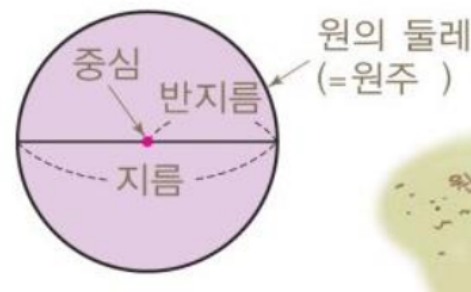
# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

### ● 원과 원주율

#### (1) 원주율이란 원의 둘레, 즉 원주를 원의 지름으로 나눈 비

원주율은 원주가 지름의 몇 배인지를 나타내는 것으로 모든 원의 원주율은 약 3.14임  
실제로 원주율은 3.14159265358979323846...로 끝없이 계속됨

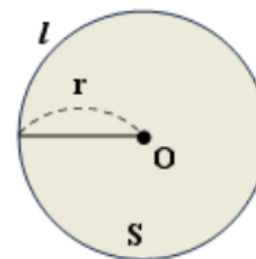


#### (2) 원의 둘레

$$l = 2\pi r = \pi d$$

#### (3) 원의 면적

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$



# 1. 평면도형의 측정

## ● 부채꼴과 중심각

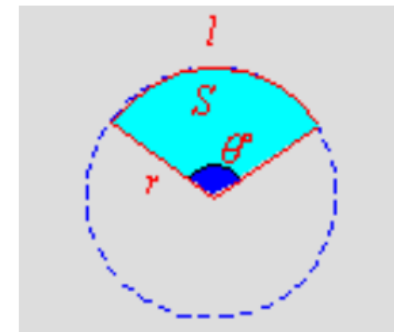
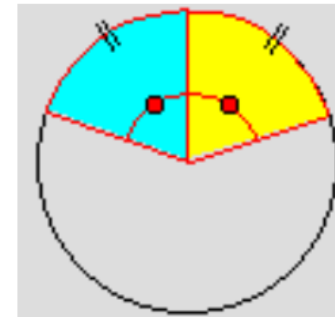
(1) 중심각의 크기가 2배가 되면 호의 길이도, 부채꼴의 넓이도 2배가 된다.

(2) 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 비례

$$l = 2\pi r \times \frac{\theta^\circ}{360^\circ}$$

(3) 부채꼴의 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 비례

$$S = \pi r^2 \times \frac{\theta^\circ}{360^\circ} \text{ or } S = \frac{rl}{2}$$



# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

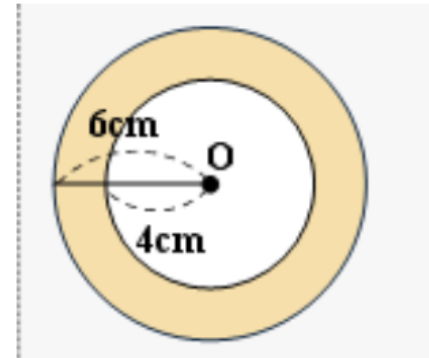
1) 아래 그림을 보고 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이를 구하여라

$$S = S_1 - S_2$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{\pi d_1^2}{4} - \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi}{4}(d_1^2 - d_2^2) = \frac{\pi}{4}(12^2 - 8^2) \\ &= \frac{\pi}{4}(144 - 64) = \frac{\pi}{4}(80) = 20\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$l = l_1 + l_2$$

$$l = \pi d_1 + \pi d_2 = 12\pi + 8\pi = 20\pi \text{ cm}$$

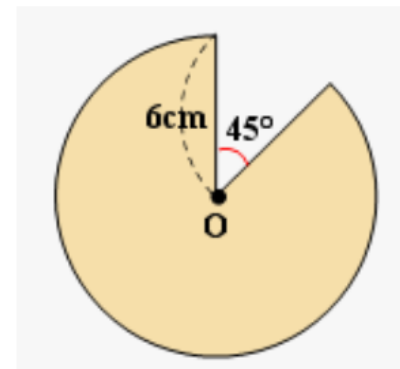


$$S = S_1 - S_2$$

$$\begin{aligned} S &= \frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d^2}{4} \times \frac{45}{360} = \frac{\pi d^2}{4} \left(1 - \frac{45}{360}\right) = \frac{\pi 12^2}{4} \left(1 - \frac{45}{360}\right) \\ &= \frac{\pi}{4} \times 144 \times \frac{315}{360} = 31.5\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$l = l_1 + l_2 + 2r$$

$$l = \pi d + \pi d \frac{45}{360} + 12 = 12\pi \left(1 - \frac{45}{360}\right) + 12 = 12\pi \times \frac{7}{8} + 12 = (6.5\pi + 12) \text{ cm}$$



# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

2) 다음 그림과 같은 반원에서 색칠한 부분의 둘레의 길이와 넓이의 합을 구하라.

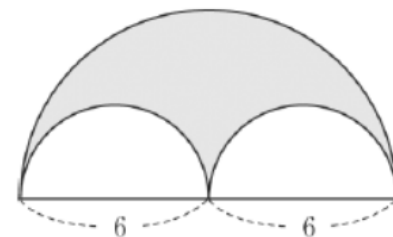
$$S = S_1 - S_2 \times 2$$

$$S = \frac{\pi d_1^2}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{\pi d_2^2}{4} \times \frac{1}{2} \times 2 = \frac{\pi 12^2}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{\pi 6^2}{4} \times \frac{1}{2} \times 2$$

$$= 18\pi - 9\pi = 9\pi \text{ cm}^2$$

$$l = l_1 + l_2 \times 2$$

$$l = \pi d_1 \times \frac{1}{2} + \pi d_2 \times \frac{1}{2} \times 2 = \pi 12 \times \frac{1}{2} + \pi 6 \times \frac{1}{2} \times 2 = 6\pi + 6\pi = 12\pi \text{ cm}$$



3) 다음 부채꼴에서 어두운 부분의 둘레의 길이와 넓이를 구하시오.

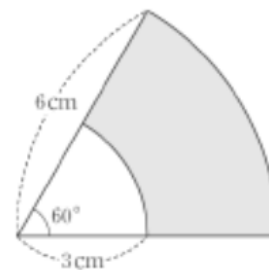
$$S = S_1 - S_2$$

$$S = \frac{\pi d_1^2}{4} \times \frac{60}{360} - \frac{\pi d_2^2}{4} \times \frac{60}{360} = \frac{\pi}{4} (d_1^2 - d_2^2) \times \frac{60}{360} = \frac{\pi}{4} (12^2 - 6^2) \times \frac{60}{360}$$

$$= \frac{\pi}{4} \times (144 - 36) \times \frac{60}{360} = 4.5\pi \text{ cm}^2$$

$$l = l_1 + l_2 + (r_1 - r_2) \times 2$$

$$l = \pi d_1 \frac{60}{360} + \pi d_2 \frac{60}{360} + (r_1 - r_2) \times 2 = \pi(12 + 6) \times \frac{60}{360} + (6 - 3) \times 2 = (3\pi + 6) \text{ cm}$$



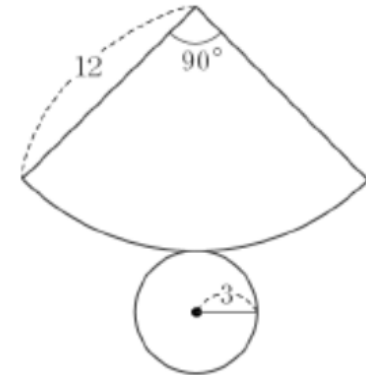
# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

4) 다음 부채꼴의 호의 길이를 원주율로 나타내시오

$$l = \pi d = \pi \times 6 = 6\pi$$

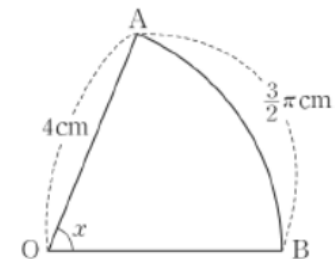
$$l = \pi d \frac{90}{360} = \pi \times 24 \times \frac{90}{360} = 6\pi$$



5) 다음 그림과 같은 부채꼴에서 중심각의 크기를 구하시오.

$$l = \pi d \frac{x}{360} \rightarrow x = \frac{l}{\pi d} \times 360 = \frac{\frac{3}{2}\pi}{\pi 8} \times 360$$

$$x = \frac{3}{16} \times 360 = 67.5^\circ$$



# 1. 평면도형의 측정

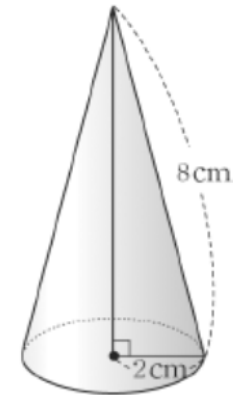
## 공학 기초 수학

6) 다음 원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 구하시오.

$$l = \pi d_2 = \pi \times 4 = 4\pi$$

$$l = \pi d_1 \frac{x}{360} = \pi \times 16 \times \frac{x}{360}$$

$$4\pi = \pi \times 16 \times \frac{x}{360} \rightarrow x = \frac{4\pi}{16\pi} \times 360 = 90^\circ$$



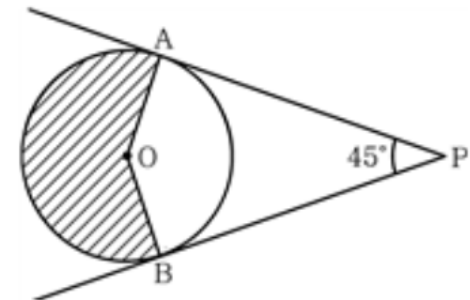
7) 다음 그림에서 PA와 PB가 원의 접선이고, 원 O의 반지름의 길이가 6일때, 어두운 부분인 부채꼴의 넓이는?

$$\angle O = 135^\circ$$

$$S = S_1 - S_2$$

$$S = \frac{\pi d_1^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4} \times \frac{135}{360} = \frac{\pi d_1^2}{4} \left(1 - \frac{135}{360}\right)$$

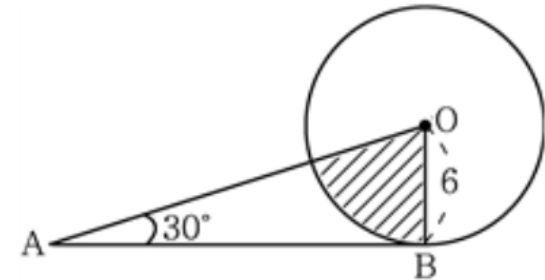
$$= \frac{\pi \times 12^2}{4} \times \frac{225}{360} = \frac{\pi \times 144}{4} \times \frac{225}{360} = 36\pi \times \frac{5}{8} = 22.5\pi$$



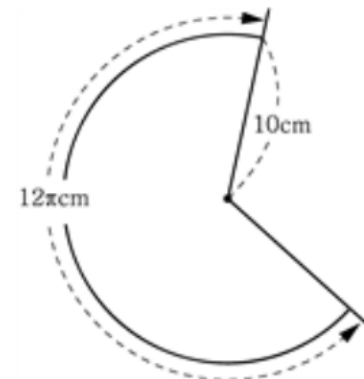
## 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

8) 다음 그림에서 직선 AB가 원의 접선이고, 점 B가 접점일 때, 색칠한 부분의 넓이는?(과제)



9) 다음 그림에서 중심각의 크기와 넓이를 구하여라.(과제)

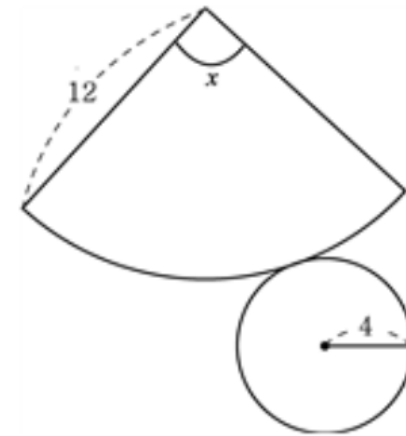




## 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

10) 다음 그림은 원뿔의 전개도이다. 부채꼴이 중심각의 크기는?(과제)



## 2. 입체도형의 측정

### ● 회전체

회전체 : 원기둥, 원뿔과 같이 평면도형의 한 직선을 축으로 하여 1회전 시킬 때,  
생기는 입체도형

회전축 : 회전시킬 때 축이 되는 직선

모선 : 원기둥, 원뿔에서와 같이 회전할 때 옆면을 만드는 선분

원뿔대 : 원뿔을 밑면에서 평행한 평면으로 자를 때 생기는 두 입체도형 중에서 원뿔이  
아닌 것

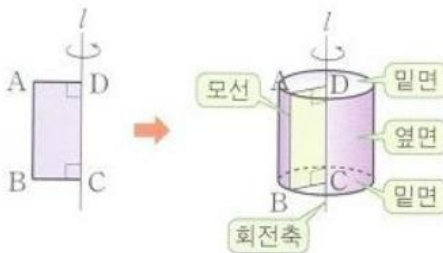
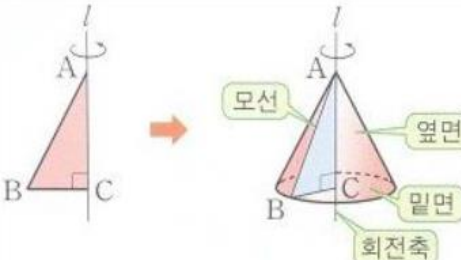
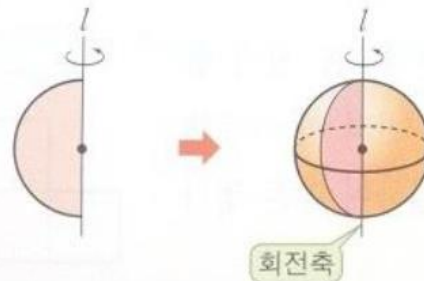
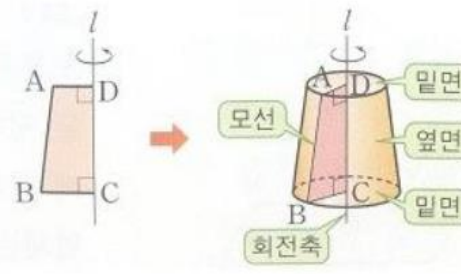
회전체를 회전 축에 수직인 평면으로 자르면 그 단면은 항상 원이다.

회전체를 회전 축을 포함하는 평면으로 자르면 그 단면은 모두 합동이고,  
회전축을 대칭축으로 하는 선대칭도형이다.



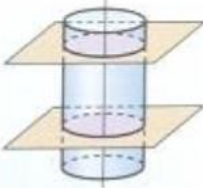
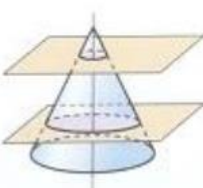
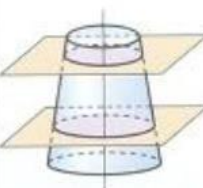
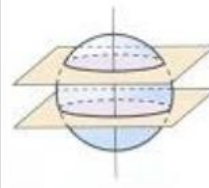
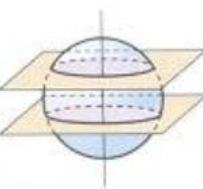
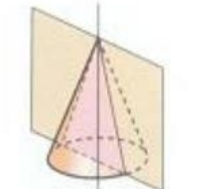
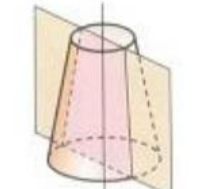
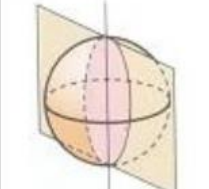
# 1. 평면도형의 측정

## ● 회전체

원기둥	원뿔
직사각형의 한 변을 회전축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형	직각삼각형의 직각을 낀 변을 회전축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형
	
구	원뿔대
반원의 지름을 회전축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형	두 각이 직각인 사다리꼴의 직각인 변을 회전축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형
	

# 1. 평면도형의 측정

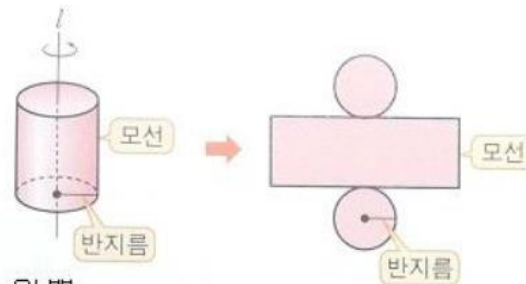
## ● 회전체

	원기둥	원뿔	원뿔대	구
회전축에 수직인 평면으로 자를 때의 단면	 원	 원	 원	 원
회전축을 포함하는 평면으로 자를 때의 단면	 직사각형	 이등변삼각형	 등변사다리꼴	 원

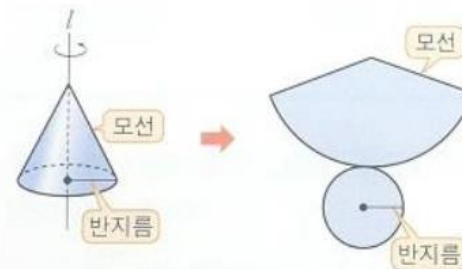
# 1. 평면도형의 측정

## ● 회전체의 전개도

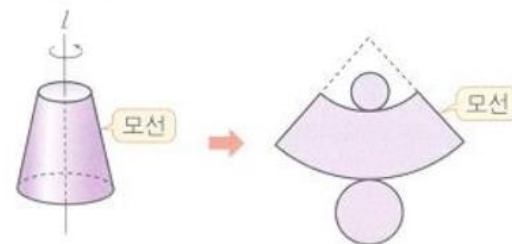
① 원기둥



② 원뿔



③ 원뿔대



# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

### ● 회전체의 종류

회전체 \ 분류	회전시킬 평면도형	겨냥도	전개도	회전축에 수직인 평면으로 자른 단면	회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면
원기둥					
원뿔					
원뿔대					
구					
기타					



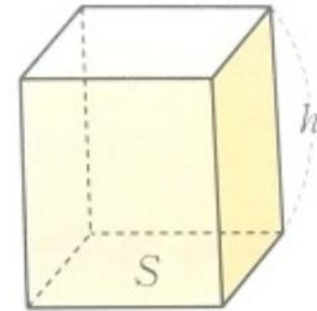
# 1. 평면도형의 측정

- 사각기둥의 겉넓이와 부피

- (1) 사각기둥의 부피

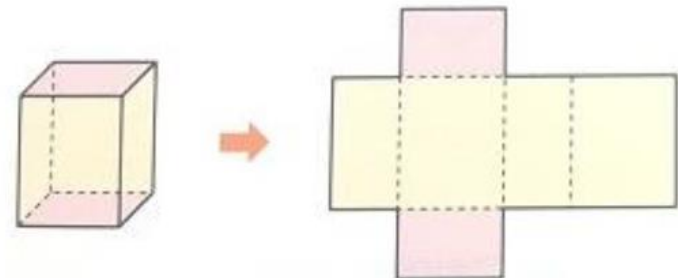
밑넓이가  $S$ , 높이가  $h$ 인 사각기둥의 부피를  $V$ 라 하면

$$V = Sh$$



- (2) 사각기둥의 겉넓이

각 기둥의 겉넓이는 그 전개도를 이용하여  
다음과 같이 구함



$$\text{각기둥의 겉넓이} = \text{밑넓이} \times 2 + \text{옆넓이}$$

$$= \text{밑넓이} \times 2 + \text{밑면 둘레의 길이} \times \text{각기둥의 높이}$$

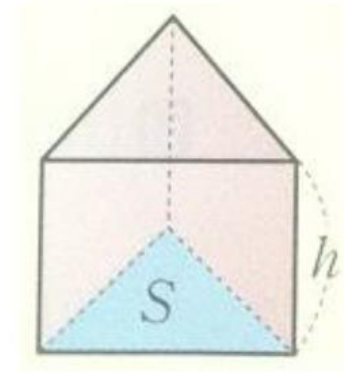
# 1. 평면도형의 측정

- 삼각기둥의 겉넓이와 부피

- (1) 삼각기둥의 부피

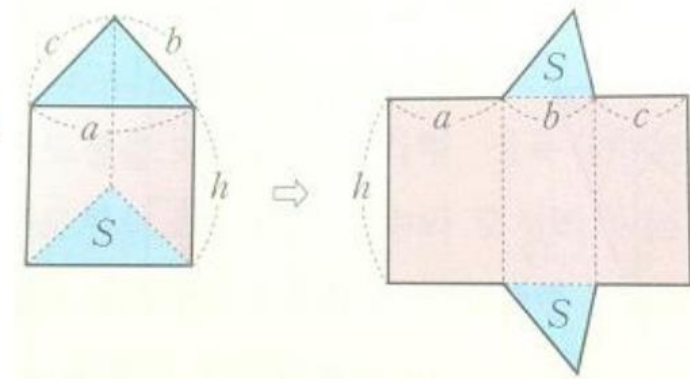
밑넓이가  $S$ , 높이가  $h$ 인 각기둥의 부피를  $V$ 라 하면

$$V = Sh$$



- (2) 삼각기둥의 겉넓이

삼각기둥의 겉넓이 =  $2S + (a + b + c) \times h$





# 1. 평면도형의 측정

- 원기둥의 겉넓이와 부피

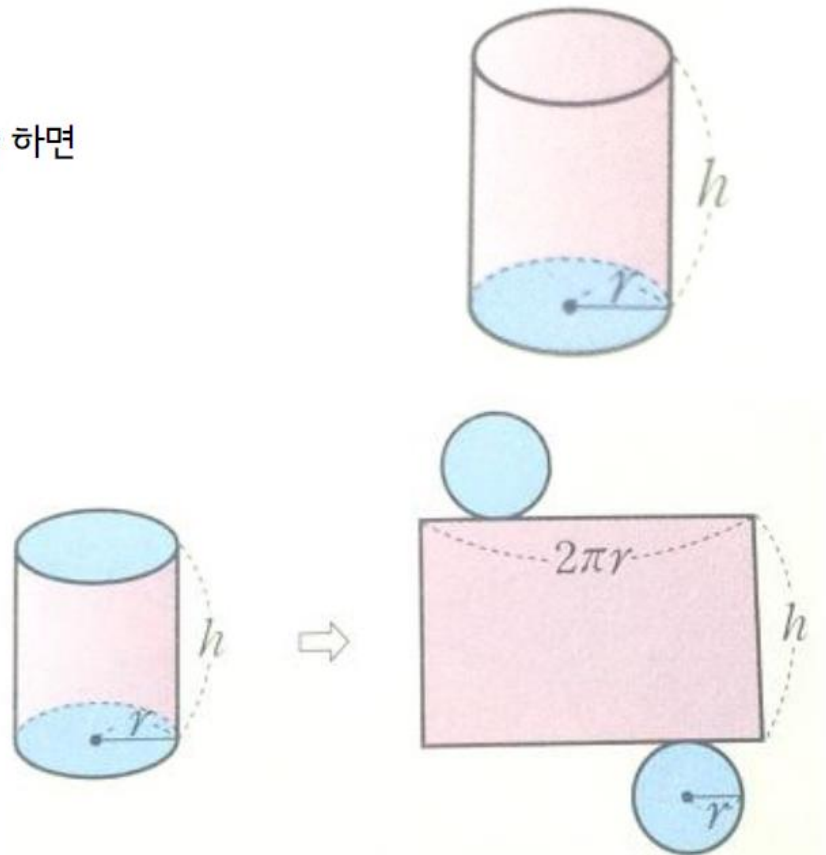
- (1) 원기둥의 부피

밑넓이가  $S$ , 높이가  $h$ 인 각기둥의 부피를  $V$ 라 하면

$$V = Sh = \pi r^2 h$$

- (2) 원기둥의 겉넓이

$$\begin{aligned}\text{원기둥의 겉넓이} &= 2S + \text{옆넓이} \\ &= 2\pi r^2 + 2\pi r h\end{aligned}$$



# 1. 평면도형의 측정

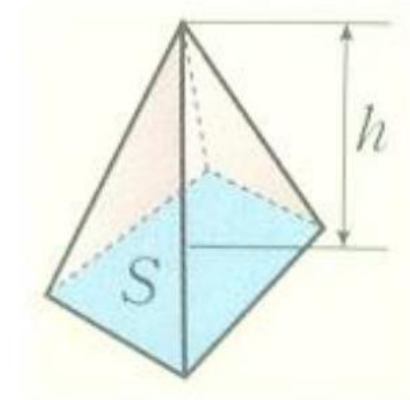
## 공학 기초 수학

### ● 각뿔의 겉넓이와 부피

#### (1) 각뿔의 부피

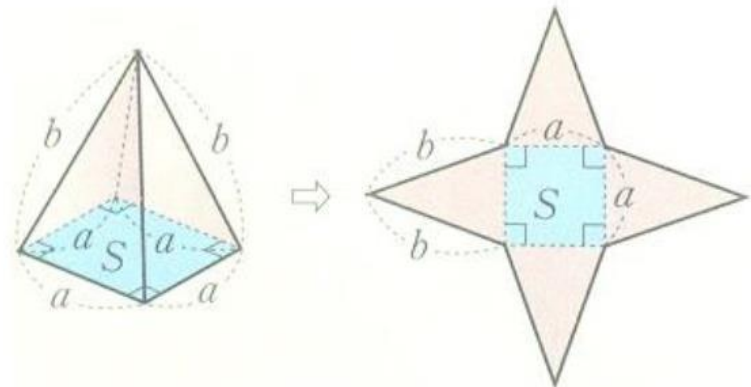
밑넓이가  $S$ , 높이가  $h$ 인 각기둥의 부피를  $V$ 라 하면

$$V = \frac{1}{3}Sh$$



#### (2) 각뿔의 겉넓이

각뿔의 겉넓이 =  $S$  + 삼각형의 넓이  $\times 4$



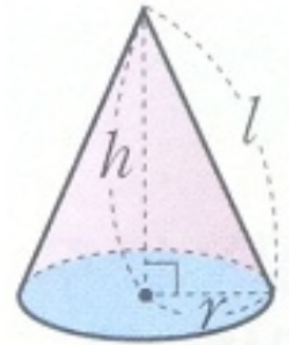
# 1. 평면도형의 측정

## ● 각뿔의 겹넓이와 부피

### (1) 원뿔의 부피

밑넓이가  $S$ , 높이가  $h$ 인 각기둥의 부피를  $V$ 라 하면

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

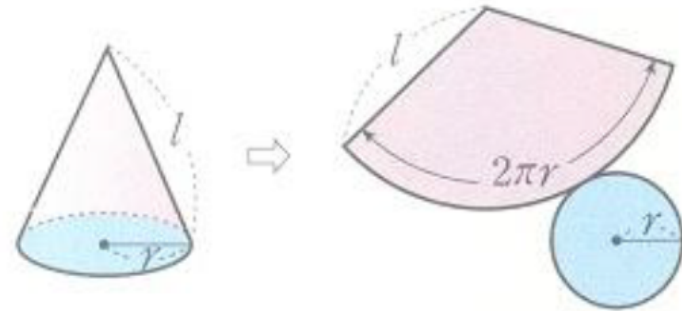


### (2) 원뿔의 겹넓이

원뿔의 겹넓이 = 밑넓이 + 옆넓이

$$= \pi r^2 + \pi r l$$

$$\pi l^2 \times \frac{\theta}{360} = \pi l^2 \times \frac{1}{360} \left( \frac{r}{l} \times 360 \right)$$



### (3) 부채꼴 중심각의 크기

$$\text{중심각 크기} = \frac{\text{밑변의 반지름}}{\text{모선의길이}} \times 360^\circ = \frac{r}{l} \times 360^\circ$$

$$2\pi r = 2\pi l \times \frac{\theta}{360}$$



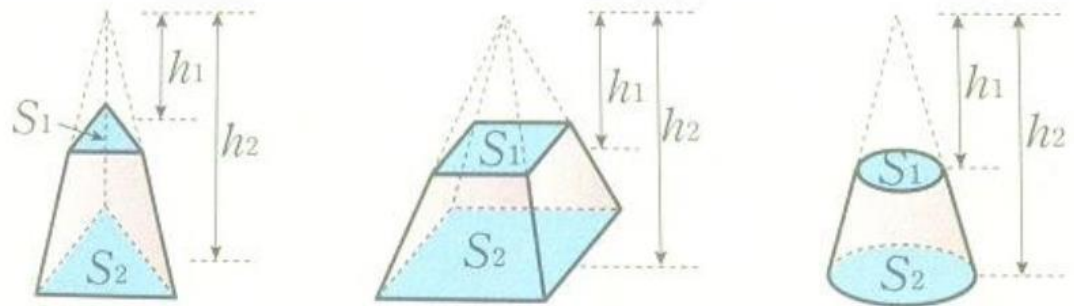
# 1. 평면도형의 측정

## ● 볼대의 겉넓이와 부피

### (1) 볼대의 부피

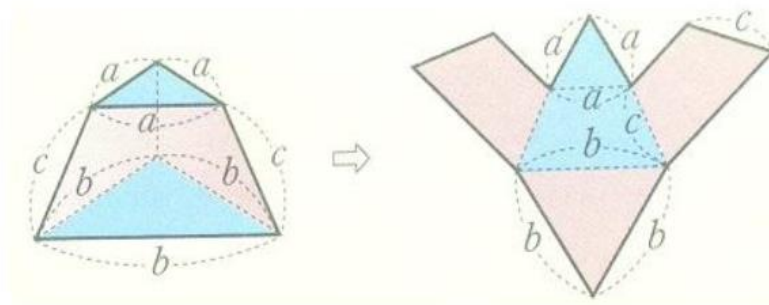
큰 볼의 부피에서 작은 볼의 부피를 뺀 것

$$V = \frac{1}{3}S_2h_2 - \frac{1}{3}S_1h_1$$



### (2) 볼대의 겉넓이

두 밑면의 넓이 + 옆넓이



# 1. 평면도형의 측정

## ● 구의 겉넓이와 부피

### (1) 구의 부피

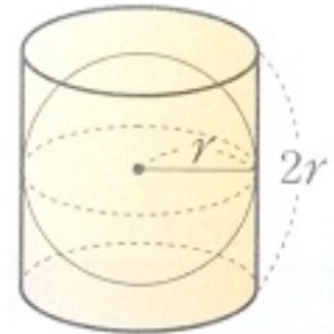
밑변의 반지름의 길이가  $r$ 이고 높이가  $2r$ 인 원기둥 모양의 그릇에 물을 가득 채우고 여기에 꼭 맞는 구를 넣었다가 꺼내면 원기둥 모양의 그릇에 남아 있는 물의 높이는 원기둥 높이의  $1/3$ 이 된다. 따라서 구의 부피는 원기둥 부피의  $2/3$ 이 됨

$$V = \frac{2}{3} \times \text{원기둥의 부피} = \frac{2}{3} (\pi r^2 \times 2r) = \frac{4\pi r^2}{3}$$

### (2) 구의 겉넓이

반지름의 길이가  $r$ 인 구의 표면을 끈으로 감은 후, 이 끈으로 평면위에 원을 만들면 반지름의 길이가  $2r$ 이 된다. 즉, 반지름의 길이가  $r$ 인 구의 겉넓이는 반지름의 길이가  $2r$ 인 원의 넓이와 같다.

$$\text{구의 겉넓이} = \pi \times (2r)^2 = 4\pi r^2$$



# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

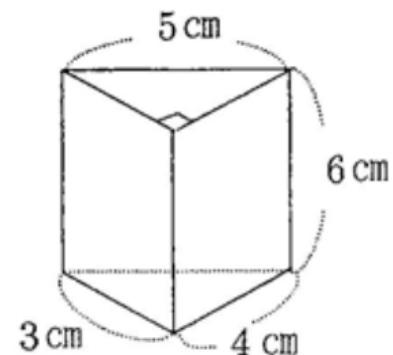
1) 다음 각 기둥의 겉넓이와 부피를 구하시오

$$V = S \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 6 = 36cm^3$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \times 2 + (5 + 6 + 3) \times 6 = 12 + 72 = 84cm^2$$



2) 다음 전개도로 만들어지는 원기둥의 겉넓이와 부피를 구하시오

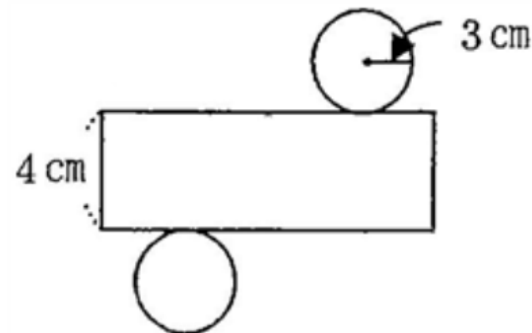
$$V = S \times h$$

$$= \frac{\pi d^2}{4} \times 4 = \pi d^2 = \pi 6^2 = 36\pi cm^3$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$= \frac{\pi d^2}{4} \times 2 + 4 \times \pi d = \frac{\pi 6^2}{4} \times 2 + 4 \times \pi \times 6 = (18\pi + 24\pi)cm^2$$

$$= 42\pi cm^2$$

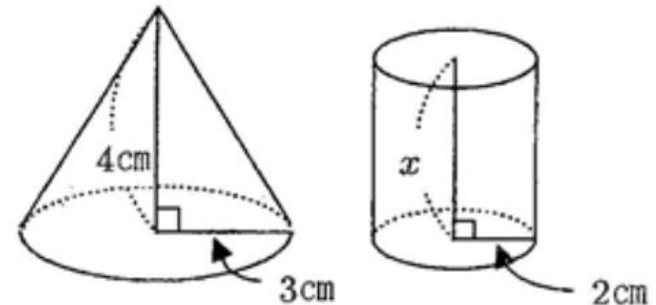


# 1. 평면도형의 측정

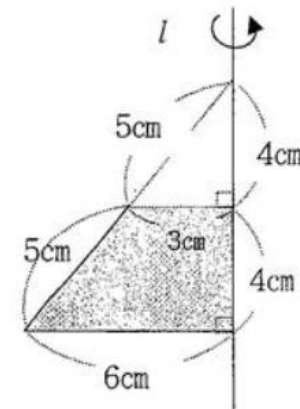
## 공학 기초 수학

- 3) 다음 그림의 원뿔과 원기둥의 부피가 서로 같을 때  
원기둥의 높이를 구하시오

$$\begin{aligned}
 V &= \frac{1}{3}\pi r^2 h & V &= \pi r^2 h \\
 &= \frac{1}{3}\pi 3^2 \times 4 = 12\pi \text{cm}^3 & &= \pi 2^2 x = 4\pi x \text{cm}^3 \\
 \therefore 12\pi &= 4\pi x \rightarrow x = 3\text{cm}
 \end{aligned}$$



- 4) 다음 색칠한 도형을 직선 l을 축으로 1회전 시켰을 때 생기는  
입체도형의 겉넓이와 부피를 구하시오(과제)



# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

5) 그림과 같은 정사각뿔의 겉넓이와 부피를 구하여라

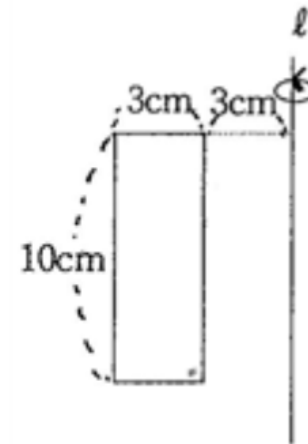
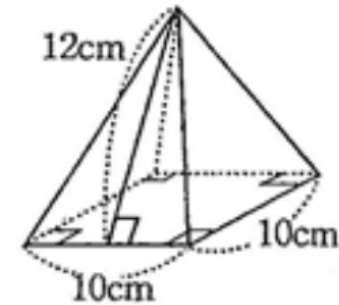
$$V = \frac{1}{3}Sh$$

$$= \frac{1}{3} \times 10 \times 10 \times \sqrt{12^2 - 5^2} = 363.67 \text{ cm}^3$$

$$S = S_1 + S_2$$

$$= 10 \times 10 + 12 \times 10 \times \frac{1}{2} \times 4 = 100 + 240 = 340 \text{ cm}^2$$

6) 다음 도형을 직선 l을 축으로 하여 한바퀴 돌릴 때  
생기는 회전체의 겉넓이를 구하여라(과제)





# 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

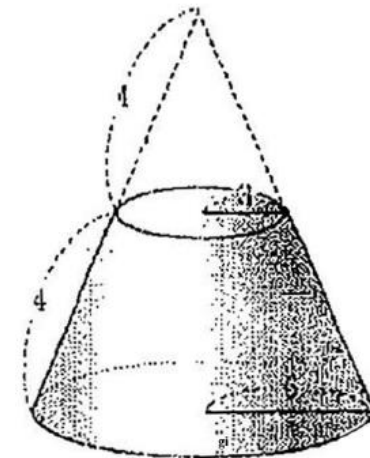
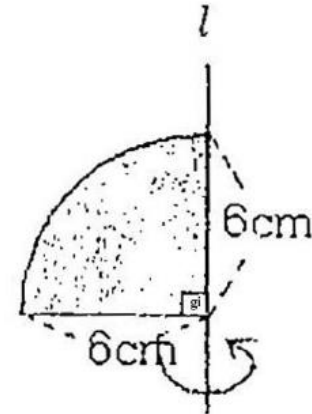
7) 그림과 같은 평면도형을 직선 l을 축으로 하여 1회 회전시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이는?

$$S = S_1 + S_2$$

$$S = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} + \frac{\pi d^2}{4}$$

$$= 4 \times \pi + 6^2 \times \frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \times 12^2 = 72\pi + 36\pi = 108\pi \text{ cm}^2$$

8) 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이는?(과제)

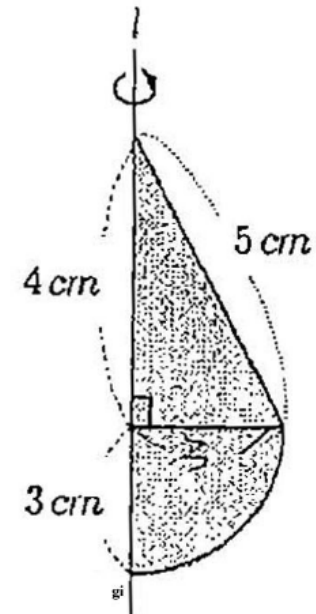


## 1. 평면도형의 측정

## 공학 기초 수학

9) 반지름의 길이가 8cm이고, 중심각의 크기가  $270^\circ$ 인 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔을 만들 때, 밑면의 반지름의 길이와 원뿔의 겹넓이 및 부피를 구하여라.(과제)

10) 그림과 같은 삼각형과 반지름의 길이가 3cm인 부채꼴로 이루어진 평면도형을 직선  $l$ 을 중심으로 1회전 시켰을 때, 생기는 회전체의 겹넓이와 부피를 각각 구하여라.(과제)





부천대학교  
BUCHEON UNIVERSITY

